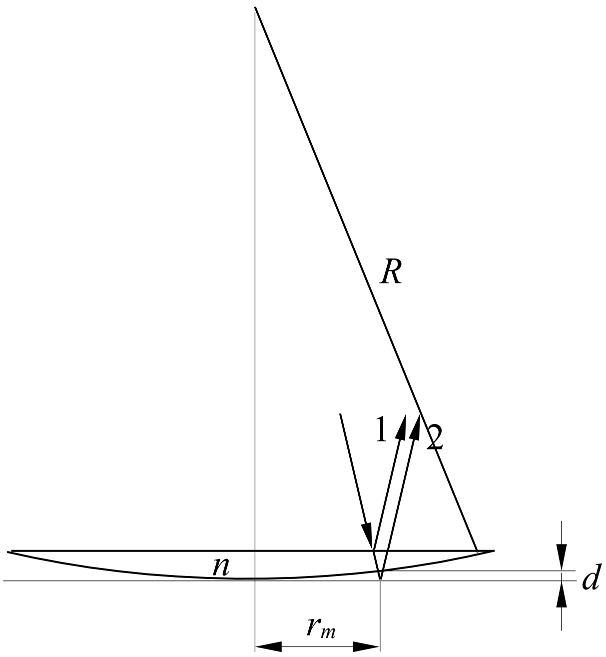
Задача 16571

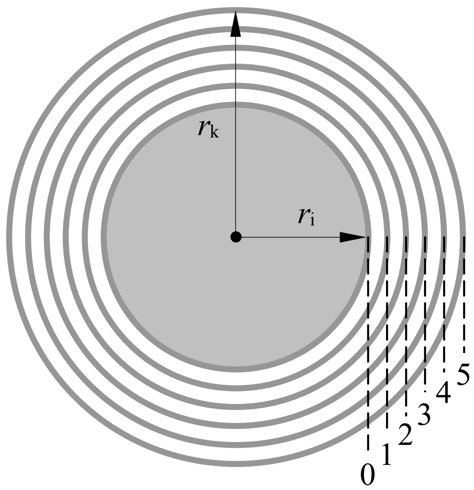
Расстояние между 4-ым и 9-ым темными кольцами Ньютона в отраженном свете равно 3 мм. Радиус кривизны линзы 25 м. Вычислите радиусы колец.

$i = 4$
$k = 9$
$\Delta r = 3$ мм $= 3\cdot10^{-3}$ м
$R = 25$ м

r_4 — ?
r_9 — ?

При нормальном падении света геометрическая разность хода лучей 1 и 2 равна $2d$. В случае наблюдения в отражённом свете у луча 2 изменяется фаза колебаний на π при отражении от оптически более плотной среды (пластины). Это соответствует удлинению (или укорочению) оптического пути луча 2 на λ/2. Поэтому при вычислении разности хода лучей 1 и 2 нужно учесть слагаемое λ/2.





В результате разность хода равна

$$\Delta = 2d + \lambda/2.$$

Чтобы в этом месте был минимум интерференции лучей, должно выполняться условие

$$\Delta = 2m\cdot\lambda/2 = m\lambda,\ \ m = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

Приравняем выражения для Δ:

$$2d + \lambda/2 = m\lambda;$$

$$d = \frac{2m\lambda - \lambda}{4} = \frac{(2m-1)\lambda}{4}.$$

Из рисунка:

$$(R - d)^2 + r_m^2 = R^2;$$
$$R - d = \sqrt{R^2 - r_m^2};$$
$$d = R - \sqrt{R^2 - r_m^2}.$$

Приравняем выражения для *d*:

$$\frac{(2m-1)\lambda}{4} = R - \sqrt{R^2 - r_m^2};$$
$$R^2 - r_m^2 = \left(R - \frac{(2m-1)\lambda}{4}\right)^2;$$
$$r_m = \sqrt{R^2 - \left(R - \frac{(2m-1)\lambda}{4}\right)^2} = \sqrt{2R \cdot \frac{(2m-1)\lambda}{4} - \left(\frac{(2m-1)\lambda}{4}\right)^2} =$$
$$= \sqrt{\frac{(2m-1)\lambda}{4} \cdot \left(2R - \frac{(2m-1)\lambda}{4}\right)}.$$

Учитывая, что

$$2R >> \frac{(2m-1)\lambda}{4},$$

равенство упростится:

$$r_m = \sqrt{\frac{(2m-1)\lambda}{4} \cdot 2R} = \sqrt{\frac{(2m-1)\lambda R}{2}}.$$

Для колец с номерами *i* и *k* соответственно имеем

$$r_i = \sqrt{\frac{(2i-1)\lambda R}{2}}; \quad r_k = \sqrt{\frac{(2k-1)\lambda R}{2}};$$
$$\Delta r = r_k - r_i = \sqrt{\frac{(2k-1)\lambda R}{2}} - \sqrt{\frac{(2i-1)\lambda R}{2}} = \sqrt{\frac{\lambda R}{2}} \cdot \left(\sqrt{2k-1} - \sqrt{2i-1}\right);$$
$$\sqrt{\frac{\lambda R}{2}} = \frac{\Delta r}{\sqrt{2k-1} - \sqrt{2i-1}}.$$

Тогда

$$r_i = \sqrt{\frac{\lambda R}{2}} \cdot \sqrt{2i-1} = \frac{\Delta r \cdot \sqrt{2i-1}}{\sqrt{2k-1} - \sqrt{2i-1}} = \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{2 \cdot 4 - 1}}{\sqrt{2 \cdot 9 - 1} - \sqrt{2 \cdot 4 - 1}} =$$
$$= 5{,}37 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 5{,}37 \text{ мм};$$
$$r_k = \sqrt{\frac{\lambda R}{2}} \cdot \sqrt{2k-1} = \frac{\Delta r \cdot \sqrt{2k-1}}{\sqrt{2k-1} - \sqrt{2i-1}} = \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{2 \cdot 9 - 1}}{\sqrt{2 \cdot 9 - 1} - \sqrt{2 \cdot 4 - 1}} =$$
$$= 8{,}37 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 8{,}37 \text{ мм}.$$

Ответ: r_4 = 5,37 мм; r_9 = 8,37 мм.